Решить неравенство $\dfrac{\mathbf{\log_{16^{x+912}} 361}}{\mathbf{\log_{16^{x+912}}(-361x)}} \geq \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{\log_{19}(\log_{\frac{1}{31}} 31^{x})}}$

Решение:

ограничения: $\begin{cases} 16^{x+912} > 0 \\ 16^{x+912} \neq 1 \\ \log_{16^{x+912}}(-361x) \neq 0 \\ -361x > 0 \\ \log_{19}(\log_{\frac{1}{31}} 31^{x}) \neq 0 \\ \log_{\frac{1}{31}} 31^{x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in R \\ x \neq -912 \\ x \neq -\frac{1}{361} \\ x < 0 \\ x \neq -1 \\ -x > 0 \end{cases}$

$$\boldsymbol{x \epsilon (-\infty; -912) \cup (-912; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{361}\right) \cup \left(-\frac{1}{361}; 0\right)}$$

$$\log_{-361x} 361 \geq \frac{1}{\log_{19}\left(\log_{\frac{1}{31}}\left(\frac{1}{31}\right)^{-x}\right)}$$

$$\frac{\log_{361} 361}{\log_{361}\big(361 \cdot (-x)\big)} \geq \frac{1}{\log_{19}(-x)}$$

$$\frac{1}{\log_{361} 361 + \log_{361}(-x)} \geq \frac{1}{\log_{19}(-x)}$$

$$\frac{1}{1 + \log_{19^2}(-x)} \geq \frac{1}{\log_{19}(-x)}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}\log_{19}(-x)} \geq \frac{1}{\log_{19}(-x)}$$

$$\frac{2}{2 + \log_{19}(-x)} \geq \frac{1}{\log_{19}(-x)}$$

$$\frac{2\log_{19}(-x) - 2 - \log_{19}(-x)}{(2 + \log_{19}(-x)) \cdot \log_{19}(-x)} \geq 0$$

$$\frac{\log_{19}(-x) - 2}{(2 + \log_{19}(-x)) \cdot \log_{19}(-x)} \geq 0$$

$$\frac{\log_{19}(-x) - \log_{19} 19^2}{(-\log_{19}19^{-2} + \log_{19}(-x)) \cdot (\log_{19}(-x) - \log_{19} 1)} \geq 0$$

$$\frac{-x - 361}{\left(-x - \frac{1}{361}\right)(-x - 1)} \geq 0$$

$$\frac{x + 361}{\left(x + \frac{1}{361}\right)(x + 1)} \leq 0$$

решаем методом интервалов, нули: $-361; -1; -\frac{1}{361}$

$$---[-361]+++(-1)---\left(-\frac{1}{361}\right)+++> x$$

$$x \in (-\infty; -361] \cup \left(-1; -\frac{1}{361}\right)$$

учитывая ограничения, получаем

Ответ: $\boldsymbol{x} \in (-\infty; \boldsymbol{-912}) \cup (\boldsymbol{-912}; \boldsymbol{-361}] \cup \left(\boldsymbol{-1}; -\boldsymbol{\frac{1}{361}}\right)$

формулы:

$$\frac{log_a b}{log_a c} = log_c b; \quad log_a x^n = n log_a x$$

$$log_a 1 = 0; \quad log_a(xy) = log_a x + log_a y$$