

[Таблица точек](javascript:void(0);)

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -2.5 | 15.3 |
| -2.0 | 5 |
| -1.5 | -0.2 |
| -1.0 | -2 |
| -0.5 | -1.7 |
| 0 | -1 |
| 0.5 | -1.2 |
| 1.0 | -4 |
| 1.5 | -10.7 |
| 2.0 | -23 |

1. Область определения функции - вся числовая ось: D(f) = R.

2. Функция f (x) = непрерывна на всей области определения.

Точек разрыва функции нет.

Область значений функции приведена в пункте 6.

3. Точка пересечения графика функции с осью координат Y:

График пересекает ось Y, когда x равняется 0:

подставляем x = 0 в .

у =(-2\*03 - 2\*02 + 0 - 1 = -1,

Результат: y = -1. Точка: (0; -1).

4. Точки пересечения графика функции с осью координат X:

График функции пересекает ось X при y = 0, значит, нам надо решить уравнение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Для вычисления корней этого кубического уравнения используем формулу Кардано, которая работает для уравнений вида . |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Если уравнение не такого вида, то его можно получить, поделив всё уравнение на коэффициент возле x3: |  | | | | | | | | |

В нашем случае

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ax3 + bx2 + cx +d = 0 | | | | | |  |
|  | | a | b | c | d |
|  | | -2 | -2 | 1 | -1 |

Исходное уравнение приводится к уравнению вида:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | *y* | 3 | | + | *py* | + | *q* | = | 0. |

В этом нам помогут следующие формулы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | = | − | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | *b* | 2 | | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 3 | |  |  | | --- | --- | | *a* | 2 | | | | + | |  | | --- | | *c* | | *a* | |  | | |
| *q* | = | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 2 | |  |  | | --- | --- | | *b* | 3 | | | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 27 | |  |  | | --- | --- | | *a* | 3 | | | | | − | |  |  | | --- | --- | | |  | | --- | | *bc* | | | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 3 | |  |  | | --- | --- | | *a* | 2 | | | | | + | |  | | --- | | *d* | | *a* | |  |

где

|  |  |
| --- | --- |
| *a* - коэффициент при х3, | |
|  |  |
| *b*  - коэффициент при х2, | |
|  |  |
| *c*  - коэффициент при х, | |
|  | |
| *d*  - свободный член. | |

Подставим наши значения в данные формулы, мы получим:

0,740741

Потом использовав формулу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Q* | = | | |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ( | |  | | --- | | *p* | | 3 | | ) | | 3 | | | + | |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ( | |  | | --- | | *q* | | 2 | | ) | | 2 | | |  | | | | |
|  | |  | |  | | |  |  |  |  |  |  |

вычислим количество корней кубического уравнения. Если:

Q > 0  — один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня;

Q < 0 — три вещественных корня;

Q = 0 — один однократный вещественный корень и один двукратный, или, если

*p = q* = 0, то один трехкратный вещественный корень.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | |
|  | |  |  | |

В нашем случае Q = 0,1157407, будем иметь один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня.  
А сами корни найдём по следующим формулам:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | *x* | 1 | | = | *α* | + | *β* | − | |  | | --- | | *b* | | |  | | --- | | 3*a* | | | ; | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | *x* | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 2 | , | 3 | | | = | − | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | *α* | + | *β* | | | 2 | | − | |  | | --- | | *b* | | |  | | --- | | 3*a* | | | ± | *i* | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | *α* | − | *β* | | | 2 | | |  |  | | --- | --- | | √ | 3 | | ; | | |

где

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *α* | = | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ( | − | |  | | --- | | *q* | | 2 | | + | |  |  | | --- | --- | | √ | *Q* | | ) | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 1 | / | 3 | | |  |
| *β* | = | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ( | − | |  | | --- | | *q* | | 2 | | − | |  |  | | --- | --- | | √ | *Q* | | ) | | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 1 | / | 3 | | |  |

Подставив наши значения в выше указанные формулы вычислим что:

α = -0,311287, β = -0,892354

x1 = -1,536974.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | *x* | |  |  |  | | --- | --- | --- | | 2 | , | 3 | | | = | 0,2685 | ± | *i* | · | 0,5032. |

Результат: y = 0. Точка пересечения с осью Ох: (-1,536974; 0).

5. Экстремумы функции:

Для того, чтобы найти экстремумы, нужно решить уравнение y'=0 (производная равна нулю), и корни этого уравнения будут экстремумами данной функции:

y' = -6x2 - 4х + 1 = 0.

Решаем уравнение -6x2 - 4x + 1 = 0 и его корни будут экстремумами:

Квадратное уравнение, решаем относительно x:

Ищем дискриминант:

D=(-4)^2 - 4\*(-6)\*1 = 16 + 24 = 40. √40 = 2√10.

Дискриминант больше 0, уравнение имеет 2 корня:

x1 = (-(-4) - 2√10) /(2\*(-6)) = (2 - √10)/(-6) = (√10 – 2)/6 ≈ 0,193713.

x2 = (-(-4) +2√10) /(2\*(-6)) = (2 + √10)/(-6) = -(√10 + 2)/6 ≈ -0,86038.

Результат: y’=0. Имеем 2 критические точки: х = 0,193713 и х = -0,86038.

6. Интервалы возрастания и убывания функции:

Имеем 3 интервала монотонности функции:

(-∞; (-(√10 + 2)/6)), (-(√10 + 2)/6); ((√10 – 2)/6)) и (((√10 – 2)/6); +∞).

На промежутках находим знаки производной. Где производная положительна - функция возрастает, где отрицательна - там убывает. Точки, в которых происходит смена знака и есть точки экстремума - где производная с плюса меняется на минус - точка максимума, а где с минуса на плюс - точки минимума.

(-(√10 + 2)/6) (√10 – 2)/6)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | -0,86038 | 0 | 0,193713 | 1 |
| y' = | -1 | 0 | 1 | 0 | -9 |

Как видим, критическая точка х = -((√10 + 2)/6) является точкой минимума, а точка х = (√10 – 2)/6) – это максимум.

На промежутках (-∞; -((√10 + 2)/6)) и (((√10 – 2)/6); +∞) функция убывает, на промежутке (-((√10 + 2)/6); ((√10 – 2)/6)) функция возрастает.

Так как минимум и максимум функции только локальные и нет точек разрыва функции, то область значений функции - вся числовая ось: E(y) = R.

7. Точки перегибов графика функции:

Найдем точки перегибов для функции, для этого надо решить уравнение y''=0 - вторая производная равняется нулю, корни полученного уравнения будут точками перегибов указанного графика функции.

y''= -12x - 4 = 0.

Решаем это уравнение и его корни будут точками, где у графика перегибы:

-12x - 4 = -4(3x + 1) = 0.

x = (-1/3). Имеем одну точку перегиба: ((-1/3); -0,96296).

.Имеем 2 интервала выпуклости, вогнутости: (-∞; (-1/3)) и ((-1/3); +∞).

8. Интервалы выпуклости, вогнутости.

Находим знаки второй производной на полученных промежутках.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | -1 | -1/3 | 1 |
| y'' = | 8 | 0 | -16 |

Где вторая производная меньше нуля, там график функции выпуклый, а где больше - вогнутый:

* выпуклая на промежутке ((-1/3); +∞).
* вогнутая на промежутке (-∞; (-1/3)).

9. Асимптоты.

Вертикальные асимптоты – нет.

Горизонтальные асимптоты графика функции:

Горизонтальную асимптоту найдем с помощью предела данной функции при x->+∞ и x->-∞. Соотвествующие пределы находим:

* lim-2x3-2x2+x-1, x->+∞ = ∞, значит, горизонтальной асимптоты справа не существует
* lim -2x3-2x2+x-1, x->-∞ = -∞, значит, горизонтальной асимптоты слева не существует.

Наклонные асимптоты графика функции:

Наклонную асимптоту можно найти, подсчитав предел данной функции, деленной на x при https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b(kx%20%2B%20b%20-%20f(x))%7d

Находим коэффициент k:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=k%20=%20\lim_%7bx%20\to%20%20\infty%20%7d%7b\frac%7bf(x)%7d%7bx%7d%7d

Поскольку коэффициент k равен бесконечности, наклонных асимптот не существует.

10. Четность и нечетность функции:

# Проверим функцию - чётна или нечётна - с помощью соотношений:

# f(-х) = f(x) и f (-х) = -f(x). Итак, проверяем:

# y(-x) = -2(-x)3 - 2(-x)2 + (-х) - 1 = 2(x3) - 3x2 - 2х - 1 ≠ y(x) ≠ -y(x)

# Значит, функция не является ни чётной, ни нечётной.