Решить систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}x^{2}+y^{2}=25\\xy-x-y=5. \end{array}\right.$

Выразим y из второго уравнения $y\left(x-1\right)-x=5, y=\frac{5+x}{x-1}, подставим в первое уравнение$

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}+ \left(\frac{5+x}{x-1}\right)^{2}=25\\y=\frac{5+x}{x-1}. \end{array}\right.$$

Решим первое уравнение: $x^{2}+ \left(\frac{5+x}{x-1}\right)^{2}=25 $

$$ x^{2}-25+\frac{\left(x+5\right)^{2}}{1-2x+x^{2}}=0, \left(x-5\right)\left(x+5\right)+\frac{\left(x+5\right)^{2}}{1-2x+x^{2}}=0 ,$$

$$ \left(x+5\right)\*\frac{\left(x-5\right)\*\left(1-2x+x^{2}\right)+\left(x+5\right)^{}}{1-2x+x^{2}}=0 $$

$$\left(x+5\right)\frac{x^{3}-5x^{2}-2x^{2}+10x+x-5+x+5}{1-2x+x^{2}}=0, $$

$$\left(x+5\right)\frac{x^{3}-7x^{2}+12x}{1-2x+x^{2}}=0, $$

$\left(x+5\right)\*x\*\frac{x^{2}-7x^{}+12}{1-2x+x^{2}}=0, $Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю. В числителе произведение многочленов. Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а другие не теряют при этом смысла. Приравнивая множители к нулю, получим: $(x-1)^{2}\ne 0, x\ne 1$

Х+5=0, х=-5; Х=0 и $x^{2}-7x^{}+12=0$

$$D=7^{2}-4\*12\*1=49-48=1 $$

$$x=\frac{7\mp 1}{2}, x\_{1}=\frac{6}{2}=3, x\_{2}=\frac{8}{2}=4$$

Из первого уравнения находим y: $ x=3, y=\frac{5+3}{3-1}=\frac{8}{2}=4;$

$$x=4, y=\frac{5+4}{4-1}=\frac{9}{3}=3;$$

$$ x=-5, y=\frac{5-5}{-5-1}=\frac{0}{-6}=0.$$

Ответ: (3;4); (4;3); (-5;0)